

Unidad III: Modelado geométrico

3.1 Modelos geométricos

Son una representación geométrica generada por la computadora, debido a que; los componentes de un sistema se representan con entidades geométricas (líneas, polígonos o circunferencias). Las Formas entre las que se puede representar un modelo geométrico son: Distribución espacial y forma de los componentes y otros componentes que afectan a la apariencia de los componentes.· Conectividad de los componentes.

3.1.1 Modelado de superficie

Es la estimación de los valores de una superficie en cualquiera de sus puntos, partiendo de un conjunto de datos de muestreo (x,y,z) denominados puntos de control.

Aplicaciones:

- Geología.
- Geofísica.
- Meteorología.
- Ingeniería Ambiental.
- Economía.
- Medicina.

Este modelo nos permite utilizar representaciones de los sólidos basadas en el almacenamiento de la frontera, que es una entidad bidimensional.

Para que el sólido sea representable se suele imponer una condición adicional de suavidad en su frontera, más concretamente se suele exigir que la frontera sea

algebraica (o al menos analítica). Esto es, debe ser representable por un polinomio de grado finito.

3.1.2 Modelado de sólido

Es una rama del modelado geométrico que hace énfasis en la aplicabilidad general de modelos, en la creación de representaciones completas de objetos físicos sólidos, que son adecuadas para la respuesta de preguntas geométricas arbitrarias de manera algorítmica.

El modelado de sólidos es el conjunto de teorías, técnicas y sistemas orientados a la representación “completa en cuanto a información” de sólidos. Dicha representación debe permitir (al menos en principio) calcular automáticamente cualquier propiedad bien conocida de cualquier sólido almacenado.

Con los sólidos representados necesitaremos, además de visualizarlos y editarlos, calcular sus propiedades físicas (por ejemplo su peso o su centro de gravedad), y simular sobre ellos procesos físicos (como la transmisión de calor en su interior).

3.1.3 Procesos generativos

Se refiere a la imagen que se genera, compone o construye en una manera algorítmica a través del uso de sistemas definidos por un proceso.

1a Etapa: Obtención del diseño 3D adecuado.

2ª Etapa: Asignación de materiales.

3ª Etapa: Elaboración de Escenas mediante luces y vistas 3D.

4ª Etapa: Modelado.

3.2 Proyecciones

La proyección es la representación gráfica de un objeto sobre una superficie plana, obtenida al unir las intersecciones sobre dicho plano de las líneas proyectantes de todos los puntos del objeto desde el vértice.

En términos generales, las proyecciones transforman puntos en un sistema de coordenadas de dimensión n a puntos en un sistema de coordenadas con dimensión menor que n . De hecho, durante mucho tiempo se ha usado la graficación por computador para estudiar objetos n -dimensionales por medio de su proyección sobre dos dimensiones.

La proyección de objetos tridimensionales es definida por rayos de proyección rectos, llamados proyectores, que emanan de un centro de proyección, pasan por cada punto del objeto e intersecan un plano de proyección para formar la proyección. Por lo general, el centro de proyección se encuentra a una distancia finita del plano de proyección. Sin embargo, en algunos tipos de proyecciones es conveniente pensar en función de un centro de proyección que tienda a estar infinitamente lejos.

En la figura se presentan dos proyecciones diferentes de la misma línea. Afortunadamente, la proyección de una línea es en sí una línea, de manera que sólo hay que proyectar los puntos extremos. La clase de proyecciones que trataremos aquí se conoce como proyecciones geométricas planas, ya que la proyección es sobre un plano y no sobre una superficie curva y porque usa proyectores rectos y no curvos. Varias proyecciones cartográficas son no planas o no geométricas.

3.2.1 Proyección paralela

Se obtiene transfiriendo las descripciones de los objetos al plano de visualización según unas trayectorias de proyección que pueden tener cualquier dirección relativa seleccionada con respecto al vector normal del plano de visualización.

Las proyecciones paralelas se clasifican en dos tipos, dependiendo de la relación entre la dirección de la proyección y la normal al plano de proyección. En las proyecciones paralelas ortográficas, estas direcciones son las mismas (o en sentido contrario): de manera que la dirección de la proyección es normal al plano de proyección. Esto no ocurre en la proyección paralela oblicua, esta se definen utilizando un vector de dirección para las líneas de proyección, y esta dirección puede especificarse de varias formas.

Los tipos más comunes de proyecciones ortográficas son la de relación frontal, elevación superior o elevación de plano y la de elevación lateral. En todas ellas, el plano de proyección es perpendicular al eje principal, que por lo tanto es la dirección de la proyección

Sin embargo, cada proyección sólo muestra una cara del objeto, de manera que puede ser difícil deducir la naturaleza tridimensional del objeto proyectado, incluso si se estudian simultáneamente varias proyecciones del mismo objeto. Las proyecciones ortográficas axonométricas usan planos de proyección que no son normales a un eje principal y que por ende las proyecciones oblicuas combinan las propiedades de las proyecciones ortográficas frontal, superior y lateral con las de una proyección axonométrica: el plano de proyección es normal a un eje principal, de manera que la proyección de la cara del objeto paralela a este plano permite medir ángulos y distancias. También se proyectan otras caras del objeto, lo que permite medir las distancias sobre los ejes principales, aunque no los ángulos. En la figura siguiente se muestra la construcción de una proyección oblicua. Observe que la normal al plano de proyección la dirección de la proyección no son iguales. muestran varias caras de un objeto al mismo tiempo.

3.2.2 Proyección isométrica

Una de las grandes ventajas del dibujo isométrico es que se puede realizar el dibujo de cualquier modelo sin utilizar ninguna escala especial, ya que las líneas paralelas a los ejes se toman en su verdadera magnitud. Así por ejemplo, el cubo cuando lo dibujamos en forma isométrica queda con todas sus aristas de igual medida.

Una proyección isométrica es un método gráfico de representación, más específicamente una axonométrica¹ cilíndrica² ortogonal.³ Constituye una representación visual de un objeto tridimensional en dos dimensiones, en la que los tres ejes ortogonales principales, al proyectarse, forman ángulos de 120° , y las dimensiones paralelas a dichos ejes se miden en una misma escala.

La proyección axonométrica más comúnmente utilizada es la proyección isométrica, que se genera alineando el plano de proyección (o el objeto) de modo que el plano intersecte todos los ejes de coordenadas sobre los que está definido el objeto, denominados ejes principales, a la misma distancia del origen. Los tres ejes principales se acortan de forma igual en una proyección isométrica, por lo que se mantienen las proporciones relativas; Este no es el caso en una proyección axonométrica general, donde los factores de escala pueden ser diferentes para las tres direcciones principales.

Una de las grandes ventajas del dibujo isométrico es que se puede realizar el dibujo de cualquier modelo sin utilizar ninguna escala especial, ya que las líneas paralelas a los ejes se toman en su verdadera magnitud. Así por ejemplo, el cubo cuando lo dibujamos en forma isométrica queda con todas sus aristas de igual medida.

3.2.3 Proyección de perspectiva

Este tipo de proyección cambia los tamaños de los objetos de modo que aquellos que están mas alejados de la posición de visión se despliegan de menor tamaño

que los que están más próximos a la posición de visión. Las líneas paralelas sobre la superficie de un objeto se proyectan ahora en líneas que tienden a converger. Los objetos desplegados como proyecciones en perspectivas parecen más naturales, ya que está es la manera en que el ojo y los lentes de una cámara forman imágenes.

Las técnicas de la proyección perspectiva son generalizaciones de los principios empleados por los artistas al preparar dibujos en perspectiva de objetos y escenas tridimensionales. El plano que la contiene se vuelve el plano de vista. Los dibujos en perspectiva se caracterizan por el acortamiento perspectivo y los puntos de fuga. El acortamiento perspectivo es la ilusión de que los objetos y longitudes parecen más pequeños conforme aumenta su distancia con respecto al centro de proyección. La ilusión de que, cierto conjunto de líneas paralelas parecen unirse en un punto es otra característica de los dibujos en perspectiva. A dichos puntos se les denomina puntos principales de fuga están formados por la intersección aparente de líneas paralelas a uno de los tres ejes principales x , y o z .

El plano de vista que tiene esta proyección se sitúa normalmente entre los objetos y el observador que son definidas por punto de referencia de vista y vector normal al plano de vista.

Para obtener una proyección de perspectiva de un objeto tridimensional, se proyectan puntos a lo largo de líneas de proyección que se interceptan en el centro de proyección.

3.2.4 Identificación de superficies y líneas visibles

Es posible aclarar las relaciones de profundidad identificando las líneas visibles. Existe métodos para realizar esto, el método más sencillo es el de resaltar las líneas visibles o mostrarlas de un color diferente otra técnica que se utiliza es muy común para los diseños de ingeniería, que es el despliegue de las áreas no visibles como son las líneas de rayas, uno planteamiento más consiste en eliminar

las líneas ocultas. Pero si se realiza esto, se puede eliminar la información de la forma de la superficie traseras del objeto. Estos métodos mencionados de línea visible también identifican las superficies de los objetos.

Si se debe de desplegar algún objeto con color o con una superficie sombreada se aplican procedimientos de representación de superficies para las superficies visibles, para que se obscurezcan las superficies ocultas. Algunos de los algoritmos de superficie visible dicen que la visibilidad esta establecida píxel por píxel a lo largo de la pantalla y otros algoritmos determinan la visibilidad para las superficies de un objeto como un todo. Representación de superficie Se puede obtener un realismo mayor si se representan las superficies de los objetos al utilizar condiciones de iluminación de una escena y de las características que se le asignen a la superficie. Las condiciones de luz se establecen al identificar el color y la ubicación de las fuentes de luz, al igual de definir efectos de iluminación de fondo. Las propiedades de la superficie pueden incluir información de la superficie si está transparente u opaca, al igual si es suave o rugosa.

3.3 Representación tridimensional de objetos

En la representación tridimensional de objetos se pueden observar las superficies de polígonos, líneas y superficies curvas, superficies cuadráticas, representaciones de “spine” y las curvas y superficies de Bezier.

3.3.1 Superficies de polígonos

La superficie de un polígono se especifica con el conjunto de coordenadas de sus vértices, y parámetros para sus atributos asociados. Los datos se colocan en tablas que se utilizarán en el procesamiento, despliegue y manipulación de objetos en una escena. Las tablas de datos se organizan en: Tablas geométricas Contienen las coordenadas de vértices y los parámetros para identificar la orientación espacial de las superficies del polígono. Tablas de atributos. Parámetros como grado de transparencia, reflectividad y textura.

En cuanto a las tablas geométricas, una organización conveniente para almacenar los datos es crear 3 listas: Vértices Donde se almacenan las coordenadas para cada vértice. Aristas Contiene apuntadores a la tabla de vértices para identificar los vértices de que se compone cada arista. Polígonos Contiene apuntadores a la tabla de aristas para identificar las aristas de que se compone cada polígono. Además, a los objetos individuales y las caras de polígonos que los componen se les puede asignar identificadores de objeto y de faceta para una referencia rápida.

La representación de frontera que más se utiliza para un objeto grafico tridimensional es un conjunto de polígonos de superficie que encierra en el interior del objeto. Muchos sistemas gráficos almacenas todos los objetos como conjuntos de polígonos de superficie. Esto facilita y acelera la representación de superficie y despliegue de objetos, ya que todas las superficies se describen con ecuaciones lineales.

Una representación de polígono para un poliedro define con precisión las características de superficie del objeto, pero para otros objetos, las superficies se teselan o tejen para producir una aproximación del enlace de polígonos.

El contorno de armazón se puede desplegar con rapidez para dar una indicación general de la estructura de la superficie, pero para lograr una representación más realista, se interpolan los patrones de sombreado a lo ancho de las superficies de los polígonos para eliminar o reducir la presencia de fronteras de aristas de polígonos.

3.3.2 Líneas y superficies curvas

Las ecuaciones de los objetos con límites curvos se pueden expresar en forma paramétrica o en forma no paramétrica. El Apéndice A proporciona un resumen y una comparación de las representaciones paramétricas y no paramétricas. Entre

los múltiples objetos son útiles a menudo en las aplicaciones gráficas se pueden incluir las superficies cuadráticas, las supercuádricas, las funciones polinómicas y exponenciales, y las superficies mediante splines. Estas descripciones de objetos de entrada se teselan habitualmente para producir aproximaciones de las superficies con mallas de polígonos.

La necesidad de representar curvas y superficies proviene de modelar objetos “from scratch” o representar objetos reales. En este último caso, normalmente no existe un modelo matemático previo del objeto, y el objeto se aproxima con “pedazos” de planos, esferas y otras formas simples de modelar, requiriéndose que los puntos del modelo sean cercanos a los correspondientes puntos del objeto real.

La representación no paramétrica de una curva (por ejemplo, en dos dimensiones) puede ser implícita, $y = f(x)$

O bien explícita,

$$f(x, y) = 0$$

La forma implícita no puede ser representada con curvas multivaluadas sobre x (por ejemplo, un círculo), mientras que la forma explícita puede requerir utilizar criterios adicionales para especificar la curva cuando la ecuación tiene más soluciones de las deseadas.

Representación paramétrica.

Una representación paramétrica (por ejemplo, de una curva bidimensional) tiene la forma $P(t) = (x(t), y(t))^T$ $t_1 \leq t \leq t_2$

La derivada o vector tangente es

$$P'(t) = (x'(t), y'(t))^T$$

El parámetro t puede reemplazarse mediante operaciones de cambio de variable, y frecuente se normaliza de modo que $t_1 = 0$ y $t_2 = 1$. Aunque geoméricamente la

curva aparece equivalente, una operación de este tipo normalmente modifica el comportamiento de la curva (esto es visible al comparar sus derivadas).

3.3.3 Superficies cuadráticas

Una clase de objetos que se Utiliza frecuentemente es la de las superficies cuadráticas, que se describen con ecuaciones de segundo grado (cuadráticas). Entre ellas se incluyen las esferas, los elipsoides, los toros, los paraboloides y los hiperboloides. Las superficies cuadráticas, particularmente las esferas y los elipsoides, son elementos comunes en las escenas gráficas, y las subrutinas para generar estas superficies están disponibles a menudo en los paquetes gráficos. También, las superficies cuadráticas se pueden producir con representaciones mediante splines racionales.

Esta clase de objetos es una generalización de las cuadráticas. Las supercuádricas se crean incorporando parámetros adicionales a las ecuaciones de las cuadráticas, para proporcionar una mayor flexibilidad en el ajuste de las formas de los objetos. Se añade un parámetro adicional a las ecuaciones de una curva y se utilizan dos parámetros adicionales en las ecuaciones de las superficies.

Funciones para la generación de superficies cuadráticas de GLU.

Para generar una superficie cuadrática utilizando funciones de GLU, necesitamos asignar un nombre a la cuadrática, activar el sombreador de cuadráticas de GLU y especificar los valores de los parámetros de la superficie. Además, podemos establecer otros parámetros para controlar la apariencia de una superficie cuadrática con GLU. Las siguientes líneas de código muestran la secuencia básica de llamadas a funciones para mostrar una esfera alámbrica centrada en origen de coordenadas universal.

3.3.4 Representaciones de “spline”

En el dibujo de bocetos, un spline es una banda flexible que se utiliza para producir una curva suave que pasa por unos puntos concretos. Se distribuyen varios pesos pequeños a lo largo de la banda para mantenerla en su posición sobre la mesa de dibujo mientras se traza la curva. El término curva con spline en principio hacía referencia a una curva dibujada de este modo. Podemos describir matemáticamente tal curva con una función creada por tramos de polinomios cúbicos, cuya primera y segunda derivadas son continuas en las diferentes partes de la curva.

En los gráficos por computadora, el término curva con spline ahora se refiere a cualquier curva compuesta formada por partes polinómicas que satisfacen condiciones de continuidad específicas en los límites de las mismas. Una superficie con splines se puede describir con dos conjuntos de curvas ortogonales con splines. Existen varias clases diferentes de especificaciones de splines que se utilizan en aplicaciones de gráficos por computadora. Cada especificación individual simplemente hace referencia a un tipo particular de polinomio con ciertas condiciones específicas en los límites.

Los splines se utilizan para diseñar formas de curvas y de superficies, para digitalizar dibujos y para especificar trayectorias de animación de objetos o la posición de la cámara en una escena. Entre las aplicaciones habituales de CAD con splines se incluyen el diseño de la carrocería de un automóvil, las superficies de aviones o naves espaciales, los cascos de las embarcaciones y los electrodomésticos.

3.3.5 Curvas y superficies de Bézier

Este método de aproximación con spline fue desarrollado por el ingeniero francés Pierre Bézier para su uso en el diseño de las carrocerías de automóviles Renault. Los splines de Bézier disponen de unas propiedades que los hacen especialmente

útiles y convenientes para el diseño de curvas y superficies. Además, son fáciles de implementar. Por estas razones, los splines de Bézier están disponibles con mucha frecuencia en diversos sistemas CAD, en paquetes para gráficos generales y en paquetes heterogéneos de dibujo y pintura.

Por lo general, una parte de una curva de Bézier se puede ajustar a cualquier número de puntos de control, aunque algunos paquetes gráficos limitan el número de puntos de control a cuatro. El grado del polinomio de Bézier se determina con el número de puntos de control que hay que aproximar y con su posición relativa. Como en los splines de interpolación, podemos especificar la trayectoria de la curva de Bézier en las proximidades de los puntos de control utilizando funciones de combinación, una matriz de caracterización, o las condiciones en los límites. En las curvas generales de Bézier, sin restricciones en el número de puntos de control, la especificación de la función de fundido es la representación más conveniente.

Propiedades de las curvas de Bézier.

Una propiedad muy útil de una curva de Bézier es que la curva une el primer punto de control con el último.

Los valores de las primeras derivadas paramétricas de una curva de Bézier en los puntos extremos, se pueden calcular a partir de las coordenadas de los puntos de control.

En estas expresiones, vemos que la pendiente en el comienzo de la curva tiene la dirección de la línea que une los dos primeros puntos de control y la pendiente en el extremo final de la curva tiene la dirección de la línea que une los dos últimos puntos extremos.